Am einfachsten war die Beziehung

$$I_{\xi\xi} = I_1 \cos^2 \varphi + I_2 \sin^2 \varphi$$

zu beweisen, wenn Sie von der Gleichung

$$I_{\xi\xi} = I_{xx} \cos^2 \varphi + I_{yy} \sin^2 \varphi + 2I_{xy} \sin \varphi \cos \varphi$$

ausgegangen sind (Sie hatten diese Gleichung als Zwischenergebnis im Gliederungspunkt 5 erhalten).
Sie mussten nur I_{xx} und I_{yy} durch I_1 bzw. I_2 ersetzen und beachten, dass das Zentrifugalmoment für die Hauptträgheitsachsen verschwindet.
Damit ergibt sich dann wirklich:

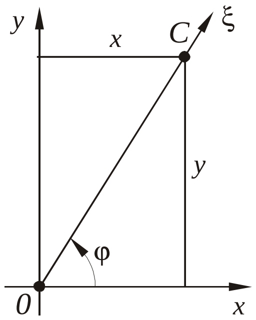
$$I_{\xi\xi} = I_1 \cos^2 \varphi + I_2 \sin^2 \varphi \quad .$$

(Sie konnten auch von

$$I_{\xi\xi} = \frac{I_1 + I_2}{2} + \frac{I_1 - I_2}{2} \cos 2\varphi$$

ausgehen. Die Rechnung wäre nur etwas aufwendiger gewesen.)

Für eine auf der ξ-Achse abgetragene Strecke $\overline{OC}$ (Abb. 45) lauten die Koordinaten im x, y-System:



$$x = \overline{OC} \cos \varphi;$$
$$y = \overline{OC} \sin \varphi \quad .$$

Abb. 45

Definiert man

$$\overline{OC} = \frac{K}{\sqrt{I_{\xi\xi}}}$$

und setzt dieses in die beiden letzten Gleichungen ein, dann ergibt sich:

$$\cos \varphi = \sqrt{\frac{I_{\xi\xi}}{K}} x; \qquad \text{und} \qquad \sin \varphi = \sqrt{\frac{I_{\xi\xi}}{K}} y \quad .$$

! Setzen Sie diese beiden Winkelfunktionen in die Gleichung

$$I_{\xi\xi} = I_1 \cos^2 \varphi + I_2 \sin^2 \varphi$$

ein und vereinfachen Sie anschließend die so erhaltene Gleichung!

211