5 Trägheits- und Zentrifugalmomente bei Drehung des Koordinatensystems in der Querschnittsebene

Der Satz von STEINER zeigte uns, dass zwischen den Momenten zweiter Ordnung für parallele Achsen mathematische Beziehungen bestehen.
Wir wollen jetzt untersuchen, wie sich die Ausdrücke für die Momente zweiter Ordnung ändern, wenn das Koordinatensystem in der Ebene des Querschnitts gedreht wird. D. h. vor uns steht die Aufgabe, Zusammenhänge zwischen den Trägheits- und Zentrifugalmomenten gedrehter Koordinatensysteme zu finden.
Für das in Abb. 31 skizzierte x, y-Koordinatensystem bestimmen wir die Momente zweiter Ordnung zu:

$$I_{xx} = \int_{(A)} y^2 \, dA;$$

$$I_{yy} = \int_{(A)} x^2 \, dA;$$

$$I_{xy} = -\int_{(A)} xy \, dA \quad .$$

(Wir könnten genau so gut ein $\bar{x}, \bar{y}$-System verwenden. Der Ursprung des Koordinatensystems muss für die Herleitung der gesuchten Beziehungen nicht im Schwerpunkt der Fläche liegen.)
Das um den Ursprung gedrehte, ebenfalls rechtwinklige Koordinatensystem habe die Achsen ξ und η, die mit den zugeordneten Achsen des x, y-Systems den Winkel φ einschließen. φ wird dabei im Gegenuhrzeigersinn von den ursprünglichen Achsen aus gemessen.

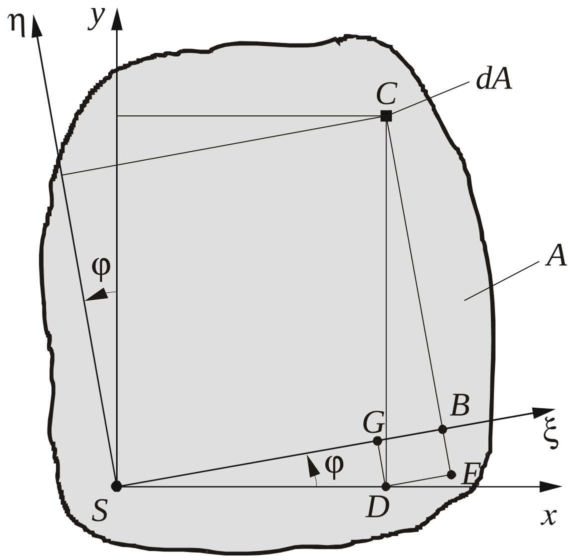

Abb. 31

! Geben Sie die Definitionsgleichungen der Trägheitsmomente und des Deviationsmoments bezüglich des ξ, η-Koordinatensystems an!