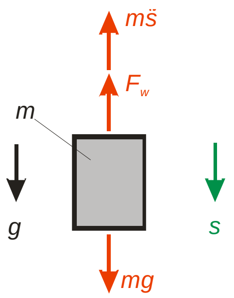
Mechanische Bewegungswiderstände

Mechanische Bewegungswiderstände – Lasten, die einer Bewegung hindernd entgegen wirken,
d. h. Bewegungsenergie verbrauchen

Beispiele für erwünschtes/unerwünschtes Wirken von Bewegungswiderständen:

erwünscht	**unerwünscht**
Maschinenelemente: Kupplungen Reibradgetriebe Riementriebe Feststellgewinde	Maschinenelemente: Zahnradgetriebe Gleit- und Wälzlager Bewegungsgewinde
Fahrzeuge: Fortbewegung	Fahrzeuge, Flugzeuge: Luftwiderstand
Technologie: Walzen Reibschweißen	Technologie: Tiefziehen Gesenkschmieden
Schwingungsdämpfung (Messgeräte)	
Natur, Umwelt, Alltag	

Prinzipskizze für Translation (Widerstandskraft)



Bewegungsgleichung:

$$m\,\ddot{s} + F_w = m\,g$$

m	Masse
g	Erdbeschleunigung
F_w	Widerstandskraft
s	Wegkoordinate

Abhängigkeiten der Widerstandskräfte

	Bewegungswiderstand(skraft F_w)			
Abhängigkeit der Widerstandskraft	keine	Lineare Wegabhängigkeit	Lineare Geschwindigkeitsabh.	Quadratische Geschwindigkeitsabhängigikeit
Widerstandskraft F_w	$F_w = k_0$	$F_w = k_1\, s$	$F_w = k_2\, \dot{s}$	$F_w = k_3\, \dot{s}^2$
Beispiel	Gleitreibung (COULOMB)	Feder mit linearer Kennlinie	Laminare Strömung	Turbulente Strömung
Bewegungsgleichung	$m\,\ddot{s} = m\,g - k_0$ $\ddot{s} = g - \frac{k_0}{m}$	$m\,\ddot{s} + k_1\, s = m\,g$ $\ddot{s} + \underbrace{\frac{k_1}{m}}_{\omega^2} s = g$	$m\,\ddot{s} + k_2\,\dot{s} = m\,g$ $\ddot{s} + \frac{k_2}{m}\dot{s} = g$	$m\,\ddot{s} + k_3\,\dot{s}^2 = m\,g$ $\ddot{s} + \frac{k_3}{m}\dot{s}^2 = g$
Weg $s(t)$	$\left(g - \frac{k_0}{m}\right)\frac{t^2}{2} + C_1\, t + C_2$	$C_1 \sin\omega t + C_2 \cos\omega t + \frac{g}{\omega^2}$	$C_1 + C_2\, e^{-\frac{k_2}{m}t} + \frac{m\,g}{k_2}\, t$	$\frac{m}{k_3}\ln\cosh\left(\sqrt{\frac{k_3\, g}{m}}\, t\right) + C_1\, t + C_2$
Geschwindigkeit $v(t)$	$\left(g - \frac{k_0}{m}\right) t + C_1$	$\omega\left(C_1 \cos\omega t - C_2 \sin\omega t\right)$	$-\frac{k_2}{m} C_2\, e^{-\frac{k_2}{m}t} + \frac{m\,g}{k_2}$	$\sqrt{\frac{m\,g}{k_3}}\tanh\left(\sqrt{\frac{k_3\, g}{m}}\, t\right) + C_1$
Konstanten-bestimmung	Anfangsbedingungen: $t = 0:$ $\dot{s} = v_0$, $s = s_0$			

Anhang: Integrationen der Bewegungsgleichungen

Konstante Widerstandskraft:

$$\ddot{s} = g - \frac{k_0}{m}$$

$$\dot{s} = \left(g - \frac{k_0}{m}\right) t + C_1$$

$$\dot{s} = \left(g - \frac{k_0}{m}\right) \frac{t^2}{2} + C_1\, t + C_2$$

Linear wegabhängige Widerstandskraft:

$$\ddot{s} + \underbrace{\frac{k_1}{m}}_{\omega^2} s = g$$

$$s_h = \sum_{i=1}^{2} C_i\, e^{\lambda_i t}$$

$$\lambda_i^2 + \omega^2 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \pm\, i\, \omega$$

$$s_h = \bar{C}_1\, e^{i\,\omega\, t} + \bar{C}_2\, e^{-i\,\omega\, t}$$ (mit EULERscher Formel:)

$$s_h = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t$$

$$s_p = A$$

$$A = \frac{g}{\omega^2}$$

$$s_p = \frac{g}{\omega^2}$$

$$s = C_1 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t + \frac{g}{\omega^2}$$

$$\dot{s} = \omega \left(C_1 \cos \omega t - C_2 \sin \omega t\right)$$

Linear geschwindigkeitsabhängige Widerstandskraft:

$$\ddot{s}+\frac{k_2}{m}\dot{s}=g$$

$$s_h=\sum_{i=1}^{2}C_i\,e^{\lambda_i t}$$

$$\lambda_i^2+\frac{k_2}{m}\lambda_i=0$$

$$\lambda_1=0$$

$$\lambda_1=-\frac{k_2}{m}$$

$$s_h=C_1+C_2\,e^{-\frac{k_2}{m}t}$$

$$s_p=A_1+A_2\,t$$

$$\frac{k_2}{m}A_2=g$$

$$A_1=0$$

$$A_2=\frac{m\,g}{k_2}$$

$$s_p=\frac{m\,g}{k_2}t$$

$$s=C_1+C_2\,e^{-\frac{k_2}{m}t}+\frac{m\,g}{k_2}t$$

$$\dot{s}=-\frac{k_2}{m}C_2\,e^{-\frac{k_2}{m}t}+\frac{m\,g}{k_2}$$

Quadratisch geschwindigkeitsabhängige Widerstandskraft:

$$\ddot{s}+\frac{k_3}{m}\dot{s}^2=g \qquad \dot{s}=v$$

$$\dot{v}+\frac{k_3}{m}v^2=g$$

$$\frac{dv}{dt}=g-\frac{k_3}{m}v^2$$

$$dt=\frac{dv}{g-\frac{k_3}{m}v^2} \qquad |\,\text{Integration}$$

$$t=\frac{1}{g}\int_{(v)}\frac{dv}{1-\frac{k_3}{m\,g}v^2}$$

$$t=\sqrt{\frac{m}{k_3\,g}}\,Ar\tanh\left(\sqrt{\frac{k_3}{m\,g}}\,v\right)+\bar{C}_1$$

$$\tanh\left(\sqrt{\frac{k_3\,g}{m}}\,t\right)=\sqrt{\frac{k_3}{m\,g}}\,v+\tilde{C}_1$$

$$v=\sqrt{\frac{m\,g}{k_3}}\tanh\left(\sqrt{\frac{k_3\,g}{m}}\,t\right)+C_1=\frac{ds}{dt}$$

$$s=\int_{(t)}\left[\sqrt{\frac{m\,g}{k_3}}\tanh\left(\sqrt{\frac{k_3\,g}{m}}\,t\right)+C_1\right]dt$$

$$s=\frac{m}{k_3}\ln\cosh\left(\sqrt{\frac{k_3\,g}{m}}\,t\right)+C_1\,t+C_2$$

Widerstände

- des Mittels, in dem ein Körper sich bewegt, z. B. Luft, Wasser
- Widerstände der Trägheit und Reibung
- Steifigkeit von Seilen und Ketten

Haftung – kein Bewegungswiderstand

Szabo

http://www.zeno.org/Meyers-1905/A/Bewegungswiderstand

http://goessner.net/learn/dynamik/lec05/