Satz von CASTIGLIANO

Formulierung:

Voraussetzungen: x, y – Hauptträgheitsachsen

$\Delta T = 0$

$$\upsilon_k = \frac{\partial U}{\partial F_k} = \sum_{i=1}^{n} \int_{(l_i)} \left[\frac{M_{bxi}}{(EI_{xx})_i} \frac{\partial M_{bxi}}{\partial F_k} + \frac{M_{byi}}{(EI_{yy})_i} \frac{\partial M_{byi}}{\partial F_k} + \frac{M_{ti}}{(GI_t)_i} \frac{\partial M_{ti}}{\partial F_k} + \right.$$

$$\left. + \frac{F_{Li}}{(EA)_i} \frac{\partial F_{Li}}{\partial F_k} + \kappa_{xi} \frac{F_{Qxi}}{(GA)_i} \frac{\partial F_{Qxi}}{\partial F_k} + \kappa_{yi} \frac{F_{Qyi}}{(GA)_i} \frac{\partial F_{Qyi}}{\partial F_k} \right] ds_i$$

$$\varphi_k = \frac{\partial U}{\partial M_k} = \dots \text{ analog}$$

mit: U - linearelastische Verzerrungsenergie
κ_x, κ_y - Schubfaktoren des jeweiligen Querschnitts

Berücksichtigung der einzelnen Energieanteile:

Querkraftschub:
nur bei gedrungenen Bauteilen
sonst gegenüber restlichen Anteilen vernachlässigbar

Längskraft:
immer bei Stäben (Fachwerke!) und Seilen
sonst gegenüber Biege- und Torsionsanteil vernachlässigbar

Torsionsmoment:
bei räumlich beanspruchten Balken

Biegemoment M_{by}:
bei räumlich beanspruchten Balken

Biegemoment M_{bx}:
immer, falls Balken auf Biegung beansprucht